Ciąg rosnący (Omówienie rozwiązań)

XVIII OIJ, zawody drugiego stopnia
2 marca 2024

Rozwiązanie wolne

Możliwe jest zgadywanie parametru K i wykonanie symulacji czy uzyskane rozwiązanie byłoby wtedy poprawne, zapamiętując rozwiązanie, które pozostawia najwięcej elementów. Kandydatów na wartość K jest tyle ile wynosi maksymalna wartość w ciągu, a naiwne sprawdzenie każdego z nich kosztuje czas $O(n)$, co nie pozwala myśleć o zaliczeniu największych testów, a jedynie o częściowych punktach (około 36%) za testy z mniejszymi ograniczeniami.

Rozwiązanie wzorcowe

Jeżeli pewna liczba x występuje w ciągu więcej niż jeden raz, to możemy ją zignorować, ponieważ gdyby została wybrana do rozwiązania to uzyskany ciąg nie byłby ściśle rosnący. Wyklucza więc to z rozważań wszystkie K będące dzielnikami liczby x.

Ponieważ interesują nas jedynie wartości występujące w ciągu wejściowym dokładnie jeden raz, możemy zapamiętać tablicę pozycji $pozycja[\cdot]$: niech $pozycja[x]$ jest pozycją liczby x w ciągu (możemy przyjąć -1, jeżeli x występuje w ciągu więcej niż raz oraz -2, jeżeli x nie występuje w ciągu w ogóle). Możliwe jest teraz przyspieszenie sprawdzania pojedynczej wartości K: aby dana wartość K stanowiła poprawnego kandydata na ciąg zgodny z warunkami Bajtka, w ciągu $pozycja[K], pozycja[2K], pozycja[3K], \ldots$ nie może być żadnej wartości -1, zaś po pominięciu wszystkich wartości -2, powinniśmy uzyskać ciąg rosnący. Koszt obliczenia tablicy $pozycja[\cdot]$ wynosi $O(n)$, zaś koszt sprawdzenia pojedynczego K wynosi w takim wypadku $O(\frac{\max\{A_i\}}{K})$. Niech $M = \max\{A_i\}$, wtedy $\frac{M}{1} + \frac{M}{2} + \ldots + \frac{M}{M} = \Theta(M \log M)$, stąd nasze rozwiązanie działa w czasie $O(n + M \log M)$, co przy $M \leq 10^6$ prowadzi do uzyskania maksymalnej punktacji.

Olimpiada finansowana jest ze środków Ministerstwa Edukacji Narodowej w ramach zadania publicznego „Organizacja i przeprowadzenie olimpiad i turniejów w latach szkolnych 2022/2023, 2023/2024, 2024/2025”.